

ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата **18.12.2023**

Сегодня мы немного отвлечемся от стандартных интегралов, производной и т.д., а вместо этого рассмотрим более жизненные задачи по математике: задачи про вклады и кредиты. Это обычные текстовые задачи, но с экономическим (финансовым) уклоном. Чтобы правильно решать такие задачи, необходимо владеть формулами процентов.

Слово «процент» происходит от латинского pro centum – начисление на сотню. Таким образом, один процент – это сотая часть числа. Процентами очень удобно пользоваться на практике, так как они выражают части целых чисел в одних и тех же сотых долях. Это даёт возможность упрощать расчеты и легко сравнивать части между собой и с целыми.

Новый материал (конспект в тетрадь)

Тема: «Задачи о вкладах и кредитах»

Один процент – это сотая часть числа.

$$1\% = 1/100 \text{ от числа}$$

С простыми задачами на % вы встречались на первом курсе.

Пример: Товар стоил 6000 руб. Какой станет цена товара, если сначала ее повысить на 10%, а потом понизить на 10%?

Решение:

Если цена товара повысилась на 10%, то товар стал стоить $6000 + (6000 \cdot 10/100) = 6600$ руб.

После понижения на 10%, цена стала $6600 - (6600 \cdot 10/100) = 5940$ руб.

В жизни бывает ситуация, когда необходимо что-то приобрести, а денег нет. В наше время люди всё чаще берут кредит на приобретение жилья, автомобиля, потребительские кредиты и кредиты на образование. Для подсчета своих кредитов и вкладов обычно применяют формулы простых и сложных процентов

Простые проценты — проценты, начисляемые только на первоначальную сумму инвестирования (а не на процентный доход)

Сложные проценты — это такой вариант, при котором происходит капитализация процентов, то есть их причисление к сумме вклада и последующий расчет дохода не от первоначальной, а от накопленной суммы вклада.

$$S_n = S_0 \cdot (1 + n \cdot p : 100) \text{ – (формула простых процентов).}$$

$$S_n = S_0 \cdot (1 + p : 100)^n \text{ – (формула сложных процентов).}$$

S_n – полученная сумма; S_0 – начальная сумма; n – кол-во лет, $n = 1, 2, 3, \dots$

Вклады и кредиты – самый обширный блок. Здесь вы можете встретить различные схемы возврата кредита или увеличения суммы вклада, и ваша задача – упорядочить данные таким образом, чтобы большой массив текста превратился в удобную математическую схему.

Вклады

Вклад — это денежная сумма, которую банк принимает от вкладчика, в целях хранения данных средств и начисления на них процентов (дохода от вклада). Доход по вкладу выплачивается в денежной форме в виде процентов.

Начисление процентов может производиться следующим образом:

- ежемесячно – проценты прибыли прибавляются к основному вкладу каждый месяц.
- к концу срока – проценты прибыли присоединятся к основной сумме вклада в конце срока вклада.
- в иной срок, например, ежеквартально (проценты начисляются каждые 3 месяца), либо каждые полгода, либо еженедельно.

Если человек открыл вклад в банке в сумме A рублей под r % на определенный период времени, то по окончании срока его сумма увеличится на $r\%$ или в $(1 + 0,01r)$ раз и будет равна $A \cdot (1 + 0,01r)$ рублей.

Капитализация процентов по вкладам представляет собой ежемесячное или ежеквартальное причисление процентов на банковский счёт. Таким образом, в следующем периоде проценты будут начисляться уже на большую сумму, что увеличит итоговую прибыль.

В народе это называют "проценты на проценты", в финансах – "сложные проценты". Другими словами, **капитализация процентов** – это процесс, при котором доход по вкладу начисляется частями на протяжении времени хранения денег в банке.

Если человек положил A рублей в банк с учетом капитализации процентов под r % годовых, то каждый месяц ему по вкладу начисляется $r\%/12$

Формула, по которой рассчитывается сумма вклада с учетом капитализации процентов под r % годовых:

$$C = A \cdot \left(1 + \frac{r}{12 \cdot 100} \right)^n$$

C - сумма вклада с учетом капитализации процентов.

A - первоначальная сумма.

n - время хранения денег в банке (количество месяцев).

Задача. Марина поместила 600 000 рублей в банк на 4 месяца под 12% годовых с учетом капитализации процентов, то есть по истечении каждого месяца к ее вкладу добавляются

деньги, начисленные в качестве процентов. Какая сумма будет на счете Марины через 4 месяца? Ответ округлите до целого количества рублей.

Решение.

Если банк применяет ставку по вкладу с учетом капитализации процентов, то каждый месяц банк увеличивает сумму на счету вкладчика на $12\% : 12 = 1\%$, то есть увеличивает в 1,01 раз.

Месяц	Вклад (тыс. руб)
1	$600 \cdot 1,01$
2	$(600 \cdot 1,01) \cdot 1,01$
3	$(600 \cdot 1,01 \cdot 1,01) \cdot 1,01$
4	$(600 \cdot 1,01 \cdot 1,01 \cdot 1,01) \cdot 1,01$

$$600 \cdot (1,01)^3 \cdot 1,01 = 600 \cdot 1,04060401 = 624,362406 \text{ (тыс. руб.)} = 624\,362,406 \text{ руб.}$$

Ответ: 624 362 рублей.

Кредиты

Потребительский кредит (заем) - денежные средства, предоставленные кредитором заемщику на основании кредитного договора, договора займа.

Заемщик - физическое лицо, обратившееся к кредитору с намерением получить потребительский кредит (заем).

Тело кредита - это сама сумма кредита, без учета процентов.

Взяли, например, 100 000 рублей - это тело, на него начисляются проценты.

Аннуитентный способ погашения кредита является более распространенным для большинства пользовательских кредитов. При нем рассчитывается полная стоимость займа помимо одноразовых комиссий. Вся сумма делится на определенный срок кредитования. Этот способ выгодный тем, что не составляет особых хлопот. Заемщик точно знает и помнит сумму ежемесячного платежа. **Каждый месяц** заемщик вносит на банковский счет **одинаковую сумму** в течение всего срока действия договора.

Пусть **K** рублей - предоставленный **кредит (тело кредита)**,

n – **число месяцев** выплаты основного долга,

r % – **годовая процентная ставка.**

Найдем **общую сумму платежа** (погашение кредита) для нашего случая.

$$X = \frac{K \cdot S \cdot (S - 1)^n}{S^n - 1}$$

$$X \cdot (S^n - 1) = K \cdot S \cdot (S - 1)^n$$

Это равенство позволяет любую величину выразить через другие.

Дифференцированный (или регрессивный) способ погашения кредита предусматривает уменьшение ежемесячного взноса. Сначала клиент платит большие взносы по кредиту, а затем с каждым разом сумма платежа уменьшается.

Платеж = фиксированная часть + проценты.

В данном случае фиксированная часть – погашение тела займа.

Рассмотрим, как рассчитать платежи на основе дифференцированной схемы.

Пусть **K** - предоставленный кредит (тело кредита),

n – число месяцев выплаты основного долга,

r % – годовая процентная ставка,

p % — месячная процентная ставка.

Тогда **p % = r % : 12**.

Общая сумму платежа (погашение кредита) при дифференцированном (или регрессивном) способе погашения кредита.

$$X = K + \frac{K \cdot p \cdot (1 + p)^n}{100}$$

Задача. Клиент взял в банке кредит 60 000 рублей на год под 12%. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить в банк ежемесячно?

Решение.

Аннуитентный способ погашения кредита.

Клиент взял в банке кредит 60 000 рублей на год под 12% , значит, он за год должен вернуть сумму, взятую в кредит вместе с процентами, в количестве $60\,000 \cdot 1,12 = 67\,200$ (руб). Погашая кредит, клиент вносит в банк ежемесячно одинаковую сумму денег:

$$67\,200 : 12 = 5\,600 \text{ (руб.)}$$

Ответ: 5 600 рублей.

Задача. Клиент 15 января 2012 года взял в банке кредит 1 500 000 рублей. План расчета по кредиту: 15 числа каждого следующего месяца банк начисляет 0,5% на оставшуюся сумму долга, затем клиент переводит в банк платеж. На какое минимальное количество месяцев клиент может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 300000 рублей?

Решение.

Дифференцированный способ погашения кредита.

Первый процентный платеж составляет 0,005 от суммы долга: $1,5 \cdot 0,0075 = 0,0075$ (млн. руб.)

Месяц	Долг (млн руб)	Выплата долга (млн руб)	Процентный платеж (млн руб)	Ежемесячный платеж (млн руб)
февраль	1,5	$\frac{1,5}{n}$	0,0075	$\frac{1,5 + 0,0075n}{n}$

Первая выплата была наибольшей. По условию задачи ежемесячные выплаты должны быть не более 300 000 рублей = 0,3 млн рублей. Получаем неравенство:

$$\frac{1,5 + 0,0075n}{n} \leq 0,3$$

$$0,3n - 0,0075n \geq 1,5;$$

$$0,2925n \geq 1,5,$$

$$n \geq 1,5 : 0,2925,$$

$$n \geq 15\,000 : 2925,$$

$$n \geq 5,128...$$

Так как n - целое число, то минимальное количество месяцев, на которое клиент может взять кредит, будет 6 месяцев.

Ответ: 6 месяцев.

Конспект отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru